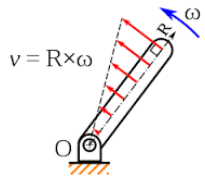


CINEMATIQUE DU POINT

Vitesse et accélération

Chapitre 10

3

1 – DEPLACEMENT ELEMENTAIRE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

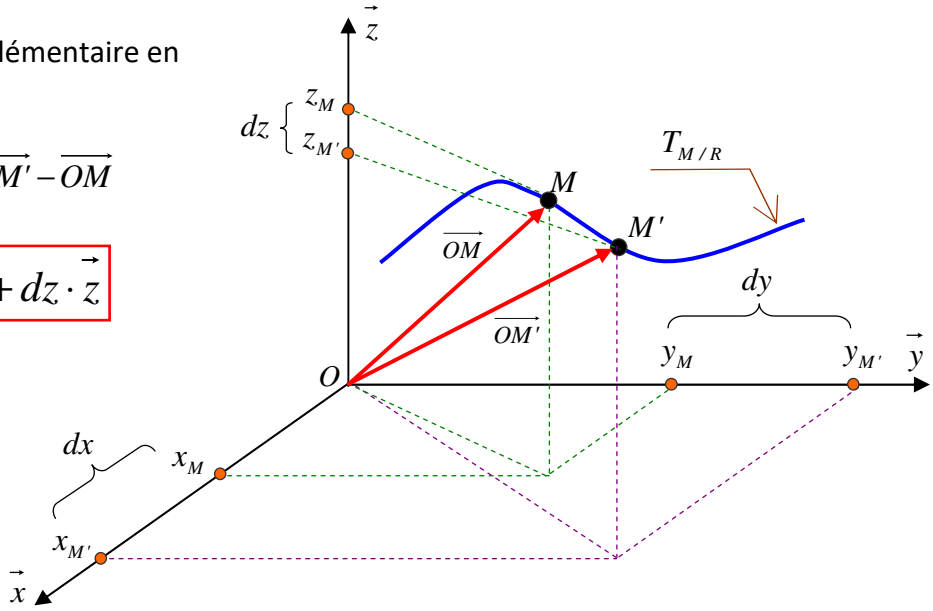
Définition : soit M et M' deux positions occupées successivement par un point M dans un référentiel donné $\Re$. On définit le vecteur **déplacement élémentaire** $d\overrightarrow{OM}$ ou $\overrightarrow{dl}$ par $d\overrightarrow{OM} = \lim\limits_{M' \to M} \overrightarrow{MM'}$.

A comprendre : le point M' est infiniment proche du point M. La variation du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ se note « $d\overrightarrow{OM}$ » et les variations dx, dy et dz sont infiniment petites.

Expression du déplacement élémentaire en coordonnées cartésiennes :

$$d\overrightarrow{OM} = \lim_{M' \to M} \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}$$

$$\boxed{d\overrightarrow{OM} = dx \cdot \vec{x} + dy \cdot \vec{y} + dz \cdot \vec{z}}$$



Unité : mètre (m)

2 – VITESSE INSTANTANEE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

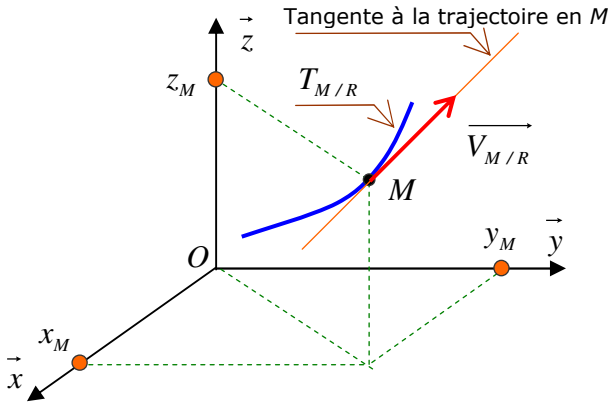
Définition : soit M et M' deux positions occupées successivement par un point M dans un référentiel donné $\Re$, respectivement à l'instant t et $t' > t$.

On note $\overrightarrow{V_{M/R}}$ le vecteur-vitesse instantanée définit par :

$$\overrightarrow{V_{M/R}} = \lim_{t' \to t} \left(\frac{\overrightarrow{MM'}}{t' - t} \right)$$

soit encore :

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_{\Re}}$$



En coordonnées cartésiennes, on a :

$$\overrightarrow{V_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d}{dt}\left(x_M \cdot \vec{x} + y_M \cdot \vec{y} + z_M \cdot \vec{z}\right)\right)_{\Re} = \frac{d}{dt_{/\Re}}\left(x_M \cdot \vec{x}\right) + \frac{d}{dt_{/\Re}}\left(y_M \cdot \vec{y}\right) + \frac{d}{dt_{/\Re}}\left(z_M \cdot \vec{z}\right) = \frac{dx_M}{dt_{/\Re}} \cdot \vec{x} + \frac{dy_M}{dt_{/\Re}} \cdot \vec{y} + \frac{dz_M}{dt_{/\Re}} \cdot \vec{z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M/R}} = v_{x\,M/R} \cdot \vec{x} + v_{y\,M/R} \cdot \vec{y} + v_{z\,M/R} \cdot \vec{z}}$$

* **Unité** : mètre par seconde $\left(m \cdot s^{-1}\right)$; on utilise aussi le kilomètre par heure $\left(km \cdot h^{-1}\right)$.

* **Propriété** : le vecteur-vitesse est toujours tangent à la trajectoire.

→ *Cette propriété est surtout utilisée en cinématique graphique !*

3 – ACCELERATION INSTANTANEE D'UN POINT DANS UN REFERENTIEL

De la même façon que la vitesse exprime la variation de position, l'accélération est une grandeur qui exprime la variation de vitesse.

* **Définition** : soit M et M' deux positions occupées successivement par un point M dans un référentiel donné $\Re$, respectivement à l'instant t et $t' > t$.

On note $\overrightarrow{a_{M/R}}$ le vecteur-accélération instantanée définit par :

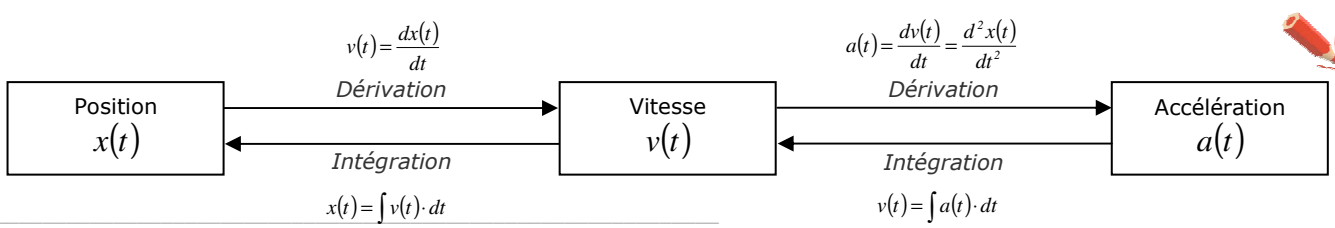
$$\overrightarrow{a_{M/R}} = \lim_{t' \to t}\left(\frac{\overrightarrow{V_{M/R}}(t') - \overrightarrow{V_{M/R}}(t)}{t' - t}\right) \text{ soit encore :}$$

$$\boxed{\overrightarrow{a_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{V_{M/R}}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}\right)_{\Re}}$$

En coordonnées cartésiennes, on a :

$$\overrightarrow{a_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{V_{M/R}}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d}{dt}\left(v_{x\,M/R} \cdot \vec{x} + v_{y\,M/R} \cdot \vec{y} + V_{z\,M/R} \cdot \vec{z}\right)\right)_{\Re} = \frac{dv_{x\,M/R}}{dt_{/\Re}} \cdot \vec{x} + \frac{dv_{y\,M/R}}{dt_{/\Re}} \cdot \vec{y} + \frac{dv_{z\,M/R}}{dt_{/\Re}} \cdot \vec{z}$$

$$\boxed{\overrightarrow{a_{M/R}} = a_{x\,M/R} \cdot \vec{x} + a_{y\,M/R} \cdot \vec{y} + a_{z\,M/R} \cdot \vec{z}}$$

* **Unité** : mètre par seconde par seconde $\left(m \cdot s^{-2}\right)$

4 – A RETENIR…